



Research Article / Araştırma Makalesi

**INVESTIGATION OF FREE SURFACE EFFECTS OF A 2-D SOURCE
MOVING WITH CONSTANT VELOCITY**

Ali DOĞRUL*¹, Şakir BAL², Fahri ÇELİK¹

¹*Yıldız Teknik Üniversitesi, Gemi İnşaatı ve Denizcilik Fakültesi, Gemi İnşaatı ve Gemi Makineleri
Mühendisliği Bölümü, Yıldız-İSTANBUL*

²*İstanbul Teknik Üniversitesi, Gemi İnşaatı ve Deniz Bilimleri Fakültesi, Gemi İnşaatı ve Gemi Makineleri
Mühendisliği Bölümü, Maslak-İSTANBUL*

Received/Geliş: 07.07.2015 Accepted/Kabul: 03.11.2015

ABSTRACT

Wave resistance is the most important component of ship total resistance especially in high speeds. In this study, the wave deformations generated on the free surface by a 2-D point source moving under the free surface are investigated in order to create a basis to the calculation of ship wave resistance and wave deformations around ship. In this manner, the flow problem is solved numerically with boundary element method (BEM) by means of potential flow theory. In the study, the free surface boundary condition is modeled in first, second and third order and the results are computed for different submergence depths in $Fn=0.6$. As a result, the non-dimensional depth coefficient consisting of the depth, Froude number and source strength is proposed to determine the depth and Froude number in which all the results are in good agreement.

Keywords: Wave deformation, potential flow theory, BEM, 2-D source, free surface.

**SABİT HIZLA HAREKET EDEN 2-B BİR KAYNAK TEKİLLİĞİNİN SERBEST SU YÜZEYİNE
ETKİLERİNİN İNCELENMESİ**

ÖZ

Gemi toplam direnci içerisinde özellikle yüksek hızlarda önemli olan bileşen dalga direncidir. Bu çalışmada, gemi dalga direnci ve gemi etrafındaki serbest yüzey deformasyonlarının hesaplanmasına bir dayanak oluşturması açısından serbest su yüzeyi altında ilerleyen iki boyutlu bir noktasal kaynağın serbest su yüzeyinde oluşturduğu serbest yüzey deformasyonları incelenmiştir. Bu kapsamda mevcut akış problemi potansiyel teoriye uygun olarak sınır elemanları yöntemi (BEM) ile sayısal olarak çözülmüştür. Çalışmada, serbest su yüzeyi sınır koşulu birinci, ikinci ve üçüncü mertebe olarak üç farklı şekilde modellenerek her üç mertebenin verdiği sonuçlar farklı derinlikler $Fn=0.6$ için hesaplanmıştır. Çalışmanın sonunda yüksek mertebeden sonuçların lineer sonuçla uyumlu olduğu, derinlik, Froude sayısı ve kaynak şiddetine bağlı boyutsuz bir derinlik katsayısı bağıntısı önerilmiştir.

Anahtar Sözcükler: Dalga direnci, potansiyel teori, BEM, 2-B kaynak, serbest yüzey.

* Corresponding Author/Sorumlu Yazar: e-mail/e-ileti: adogrul@yildiz.edu.tr, tel: (212) 383 28 57

1. GİRİŞ

Tekne form tasarımında gemi toplam direncinin doğru hesaplanması oldukça büyük önem arz etmektedir. Gemi toplam direnci içerisinde özellikle yüksek hızlarda önemli olan bileşen dalga direnci bileşenidir. Gemi dalga direnci, geminin serbest su yüzeyinde ilerlerken oluşturduğu dalga sistemine aktardığı enerji miktarıdır. Dolayısıyla tekne etrafındaki serbest yüzey deformasyonlarının tespiti, dalga direnci hesabı açısından kritik öneme sahiptir. Havelock ise bir çalışmada potansiyel akış koşullarında tekne yüzeyini kaynak ve kuyu teklikleri ile temsil ederek lineer serbest su yüzeyi şartı altında sınır elemanları yöntemi yardımıyla dalga direnci hesabı yapmıştır [1]. Teorik olarak dalga direnci ve serbest yüzey deformasyonun hesabı için Wehausen'ın yaptığı analitik bir çalışma mevcuttur [2]. Bu çalışmada elde edilen sonuçlar deneyle karşılaştırılmıştır. Hesaplamalara dinamik trim ve paralel batmanın etkisi dahil edilmiştir.

Dawson'un yaptığı çalışma tekne etrafındaki serbest yüzey deformasyonunun lineer olarak tespiti konusunda çok önemli bir yere sahiptir [3]. Bu çalışmada akış potansiyel olarak modellenmiş ve lineer serbest su yüzeyi koşulu altında tekne yüzeyi Rankine kaynakları ile temsil edilmiştir. Bu yöntem daha sonraları çift gövde yöntemi adını almıştır. Lineer sınır koşulunda serbest su yüzeyi altında ilerleyen iki boyutlu hidrofili oluşturduğu serbest yüzey deformasyonunun hesabına yönelik Hess ve Smith [4] ile Giesing ve Smith [5]'in yaptığı çalışmalar örnek gösterilebilir. Bal diğer iki çalışmada da serbest su yüzeyi altında ilerleyen hidrofili için yaptığı çalışmada iki farklı Kelvin kaynak yöntemi kullanmıştır [6], [7]. Çift gövde yaklaşımı kullanılarak yapılan çalışmalara ise Tarafder [8], Rigby [9] ve Kara [10] örnek verilebilir.

Wehausen ve Laitone [11] bir çalışmalarında noktasal kaynak, girdap ve dipol için sonlu ve sonsuz derinlikte çeşitli çözüm yöntemleri önermiştir. İki ve üç boyutlu geometriler için lineer sınır koşulu ile serbest su yüzeyi altında ilerleyen hidrofili problemi Bal vd. [12], [13] tarafından kaviteasyon da hesaba katılarak incelenmiştir. Bal [14] bir diğer çalışmada iki ve üç boyutlu cisimler için dalga direnci ve serbest yüzey deformasyonu çalışması yapmıştır.

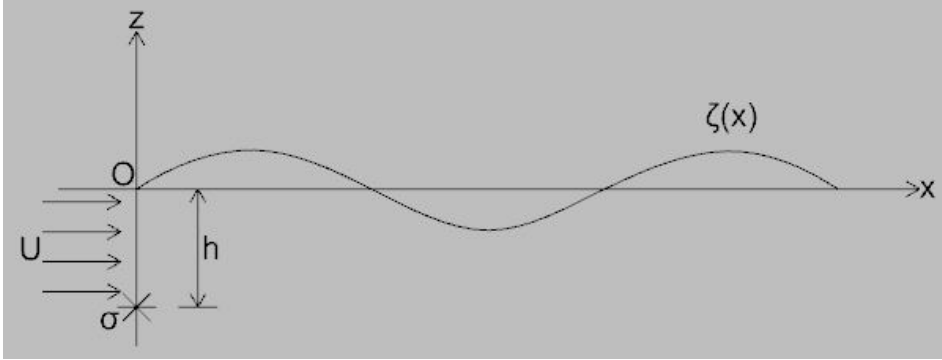
Bu makale çalışmada yukarıda çalışmalara benzer şekilde potansiyel teoriden faydalanılarak serbest su yüzeyi altında ilerleyen noktasal bir kaynak tekiliğinden dolayı serbest su yüzeyinde meydana gelen serbest yüzey deformasyonları sayısal olarak incelenmiştir. Çalışma kapsamında literatürdeki çalışmalardan farklı olarak lineer olmayan serbest su yüzeyi sınır koşulu pertürbasyon serisi yardımıyla ikinci ve üçüncü merteye için türetilmiştir. Farklı mertebeden sınır koşullarında serbest su yüzeyinde oluşan serbest yüzey deformasyonları sabit bir kaynak şiddeti için farklı derinlik ve Froude sayılarında incelenmiştir. Sayısal analizler sonunda farklı mertebeden elde edilen sonuçların birbiriyle uyumlu olduğu derinlik aralığı $Fn=0.6$ için incelenerek boyutsuz bir derinlik katsayısı bağıntısı önerilmiştir. Bu çalışmada kullanılan iki boyutlu kaynak tekiliğinin üç boyutlu versiyonu (Kelvin kaynağı) tekne üzerine dağıtılarak serbest su yüzeyi üzerinde herhangi bir hesaplama gerek kalmadan dalga direncinin tespitini sağlayacaktır.

2. MATEMATİKSEL MODEL

İncelenen serbest su yüzeyli akış probleminde düzgün akış altında ilerleyen noktasal bir kaynak sınır elemanları yöntemiyle modellenmiştir. Düzgün akış pozitif x yönünde ilerlemekte olup, başlangıçta serbest su yüzeyi $z=0$ düzleminindedir. Sabit şiddetli noktasal kaynak tekiliği $z=-h$ derinlikte bulunmaktadır. Problem için detaylı açıklama Bal vd. [13] 'da verilmiştir. Aşağıda temel kabuller ve sınır koşulları verilmiştir. Toplam potansiyel ve pertürbasyon potansiyeli Laplace denklemini sağlamak zorundadır.

$$\nabla^2 \Phi = \nabla^2 \phi = 0 \quad (1)$$

Problemin temsili gösterimi Şekil 1'de verilmiştir. Pertürbasyon potansiyeli ayrıca aşağıdaki sınır koşullarını sağlamalıdır.



Şekil 1. Problemin temsili gösterimi

Serbest su yüzeyindeki kinematik sınır koşulunun sağlanması için akımın serbest su yüzeyini takip etmesi gerekmektedir.

$$F = z - \xi(x) \quad (2)$$

Burada $\xi(x)$ serbest su yüzeyi deformasyonunu temsil etmektedir.

$$\frac{DF}{Dt} = \frac{\partial F}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla F = 0 \quad (3)$$

Serbest su yüzeyinde dinamik sınır koşulu gereği serbest su yüzeyi üzerinde Bernoulli denklemi sağlanmalıdır.

$$g\xi + \frac{1}{2} \cdot (\nabla\Phi \cdot \nabla\Phi) = \frac{1}{2} \cdot U^2 \quad (4)$$

$$\xi = \frac{1}{2g} \cdot (U^2 - \nabla\Phi^2) \quad (5)$$

Eğer (3) ve (4) numaralı denklemler birleştirilirse iki boyutta lineer olmayan serbest su yüzeyi sınır koşulu elde edilmiş olur.

$$\Phi_z = -\frac{1}{g} \cdot (\Phi_x^2 \cdot \Phi_{xx} + \Phi_x \cdot \Phi_z \cdot \Phi_{zx}) \quad (6)$$

(6) numaralı denklem lineer hale getirilirse lineer yani birinci mertebe sınır koşulu elde edilir.

$$\phi_{xx} + k_o \cdot \phi_z = 0 \quad (7)$$

Burada $k_o = \frac{g}{U^2}$ dalga sayısını vermektedir. Ayrıca pertürbasyon potansiyelinin oluşturduğu serbest yüzey deformasyonunun lineer hali de şu şekildedir.

$$\xi = -\frac{U}{g}\phi_X \quad (8)$$

(6) numaralı denklem üçüncü mertebeye pertürbasyon serisine açılarak pertürbasyon potansiyeli ve serbest yüzey deformasyonu bağıntıları ikinci ve üçüncü mertebeden aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$\phi_{2_z} = -\frac{1}{g}\left(U^2\phi_{2_{xx}} + 2U\phi_{1_x}\phi_{1_{xx}} + U\phi_{1_z}\phi_{1_{zx}}\right) \quad (9)$$

$$\phi_{3_z} = -\frac{1}{g}\left(U^2\phi_{3_{xx}} + 2U\phi_{1_x}\phi_{2_{xx}} + 2U\phi_{2_x}\phi_{1_{xx}} + \phi_{1_x}^2\phi_{1_{xx}} + U\phi_{1_{zx}}\phi_{2_{zx}} + U\phi_{2_z}\phi_{1_{zx}} + \phi_{1_x}\phi_{1_z}\phi_{1_{zx}}\right) \quad (10)$$

Yine yüksek mertebelerden serbest yüzey deformasyonları da aşağıdaki gibidir.

$$\xi_2 = -\frac{U}{g}\phi_{2_x} - \frac{1}{2g}\left(\phi_{1_x}^2 + \phi_{1_z}^2\right) \quad (11)$$

$$\xi_3 = -\frac{U}{g}\phi_{3_x} - \frac{1}{g}\left(\phi_{1_x}\phi_{2_x} + \phi_{1_z}\phi_{2_z}\right) \quad (12)$$

(9), (10), (11) ve (12) numaralı denklemlerdeki ϕ_1 birinci mertebeye yani lineer pertürbasyon potansiyelini temsil etmektedir.

3. SAYISAL ÇÖZÜM YÖNTEMİ

Yukarıda verilen sınır koşullarının çözümünde potansiyel akış teorisine uygun olarak Green'in üçüncü özdeşliği kullanılmıştır. Mevcut problemde Green teoremi serbest su yüzeyine uygulanmıştır [15].

$$2\pi\phi_{FS} = \int_{S_{FS}} \left[\phi \frac{\partial G}{\partial n} - \frac{\partial \phi}{\partial n} G \right] dS \quad (13)$$

(13) numaralı bağıntıda integralin geçerli olduğu yüzey serbest su yüzeyi olup, G fonksiyonu bu çalışmada iki boyutlu kaynağı temsilen $G = \ln r$ olarak alınmıştır. ϕ ise hesaplanması gereken pertürbasyon potansiyelidir. Dolayısıyla (13) numaralı bağıntı şöyle de verilebilir.

$$\pi\phi = \int_{S_{FS}} \left[\phi \frac{\partial \ln r}{\partial n} - \frac{\partial \phi}{\partial n} \ln r \right] dS \quad (14)$$

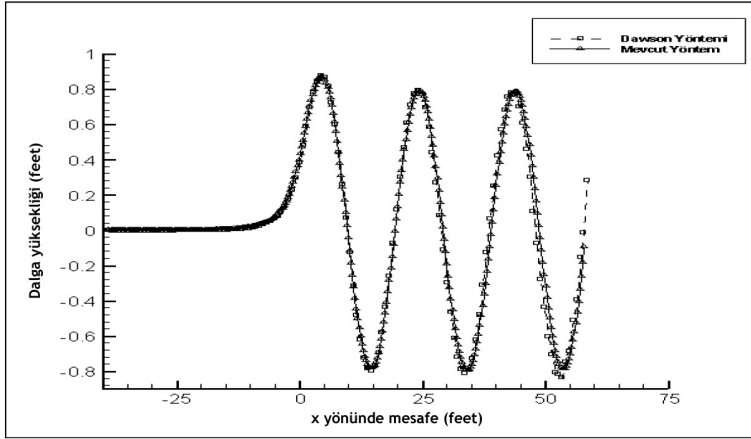
(14) numaralı bağıntıya (7) numaralı bağıntı yardımıyla lineer sınır koşulu uygulanırsa,

$$\pi\phi = \int_{S_{FS}} \left[\phi \frac{\partial \ln r}{\partial n} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \frac{\ln r}{k_o} \right] dS \quad (15)$$

elde edilir [13].

Çalışma kapsamında kullanılan potansiyel temelli yöntem ilk olarak lineer durum için Dawson tarafından önerilen çift gövde yöntemiyle karşılaştırılmıştır. Bu kapsamda Dawson'un

algoritması ile çalışan bir kod yazılarak serbest su yüzeyi altında ilerleyen noktasal bir girdap tekilliğinin serbest su yüzeyinde oluşturduğu serbest yüzey deformasyonu incelenmiştir. Bu sayede mevcut yöntemin doğrulaması yapılmıştır. Her iki yönteme ait sonuçlar Şekil 2’de verilmiştir. Bu çalışmada sunulan yöntemin birinci mertebe için analitik sonuçlarla ve Dawson yöntemiyle doğrulaması ayrıca Bal vd. [13] ve Bal ve Kinnas [12] tarafından yapılmış çalışmalarda bulunabilir.

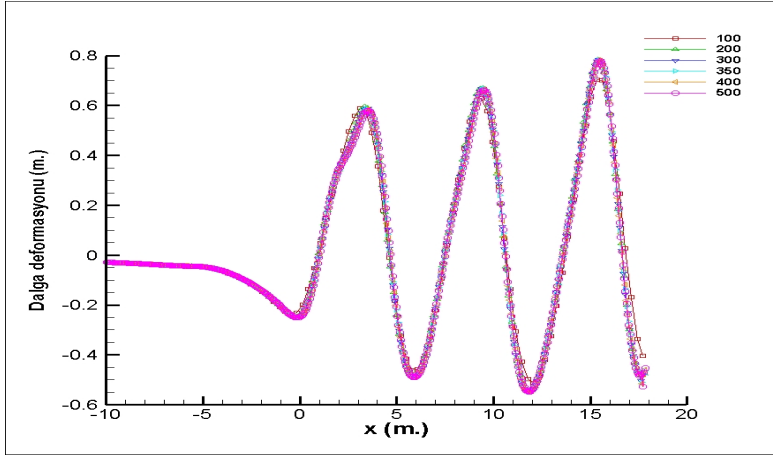


Şekil 2. Noktasal girdap için serbest yüzey deformasyonu

Potansiyel temelli yöntem ile yapılan sayısal analizlerde noktasal kaynağın şiddeti sabit kabul edilerek $\sigma / 2\pi = 2.7 \text{ ft}^2/\text{s}$ ($0.25 \text{ m}^2/\text{s}$) alınmıştır. Sayısal yöntem gereği serbest su yüzeyi panellere bölünerek her bir panel üzerine kaynak ve dipol tekillikleri dağıtılmıştır. Panel bağımsızlığı çalışması yapılarak en uygun panel sayısı 350 olarak hesaplanmıştır [16]. Çalışma kapsamında $F_n=0.6$ için farklı derinlik sayısal incelemeler yapılmıştır. Bu kapsamda derinlik, Froude sayısı ve tekillik şiddetine bağlı bir boyutsuz derinlik katsayısı kullanılmıştır.

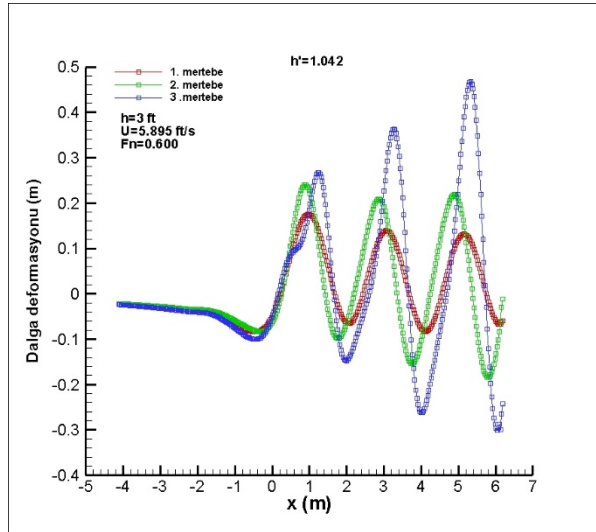
$$h' = \frac{h \cdot U}{|\sigma|} \quad (16)$$

(16) numaralı boyutsuz derinlik katsayısı bağıntısında h' boyutsuz derinlik katsayısını, σ ise iki boyutlu noktasal kaynağın şiddetini temsil etmektedir.

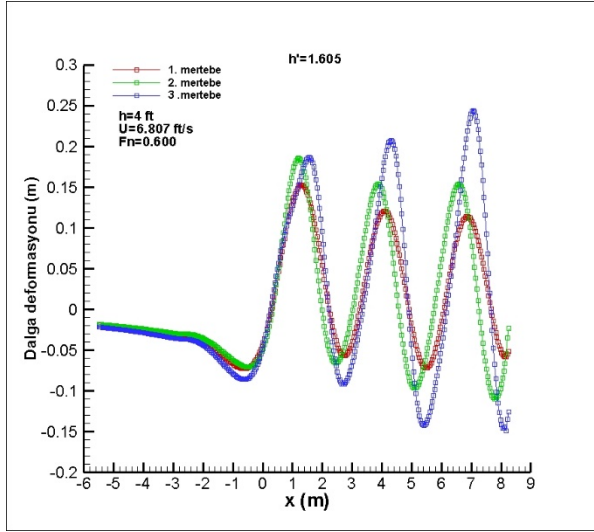


Şekil 3. Üçüncü mertebe çözüm için panel bağımsızlığı

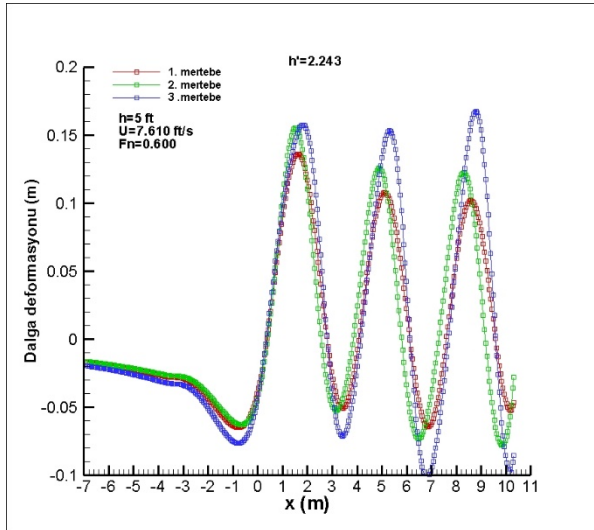
$F_n=0.6$ için farklı boyutsuz derinlik katsayılarında yapılan analizlerde aşağıdaki grafikler elde edilmiştir.



Şekil 4. $h=3$ ft (0.9144 m) ve $U=5.895$ ft/s (1.7968 m/s) için serbest yüzey deformatıyonları



Şekil 5. $h=4$ ft (1.2192 m) ve $U=6.807$ ft/s (2.074 m/s) için serbest yüzey deformasyonları



Şekil 6. $h=5$ ft (1.524 m) ve $U=7.610$ ft/s (2.3195 m/s) için serbest yüzey deformasyonları

Yukarıdaki grafiklerde farklı boyutsuz derinlik katsayısında aynı derinlik için farklı hızlarda yüksek mertebe sonuçlar ile lineer sonuçlar arasındaki ilişki verilmiştir. Yapılan sayısal analizler sonucunda kaynağın yerleştirildiği derinlik arttıkça yüksek mertebe sonuçların lineer mertebe sonuçlara yaklaştığı görülmekte olup yüksek mertebe sonuçların lineere yaklaştığı minimum boyutsuz derinlik katsayısı mevcut Froude sayısında $h=1.605$ olarak hesaplanmıştır. İkinci mertebe terimler lineer duruma göre oluşan dalganın boyunu kısaltmakta ve bir faz farkı oluşturmaktadır. Üçüncü mertebe terimler ise dalga yüksekliğini artırıcı etki yapmaktadır. Dolayısıyla üçüncü mertebe terimler dahil edildiği durumda dalga direnci de artacaktır.

4. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Bu çalışmada elde edilen sonuçlar aşağıdaki gibi özetlenebilir.

- Aynı derinlik Froude sayısı ($F_n=0.6$) koşullarında derinlik azaldıkça özellikle üçüncü mertebe sonuçların lineer ve ikinci mertebe sonuçlarla uyumunun bozulduğu görülmektedir.
- Derinlik Froude sayısı sabitken boyutsuz derinlik katsayısı arttıkça mevcut akış problemi yüksek mertebe terimlerle daha iyi temsil edilecektir.

Bu çalışmada kullanılan Kelvin kaynağı üç boyutlu olarak çözüldüğü takdirde serbest su yüzeyi üzerinde herhangi bir hesaplama gerek kalmadan dalga direncinin tespiti mümkün olacaktır.

REFERENCES / KAYNAKLAR

- [1] T. H. Havelock, "Wave resistance theory and its applications to ship problems," *SNAME Trans.*, no. 59, pp. 13–24, 1951.
- [2] J. V. Wehausen, "The Wave Resistance of Ships," in *Advances in Applied Mechanics*, vol. 13, C.-S. Yih, Ed. Elsevier, 1973, pp. 93–245.
- [3] C. W. Dawson, "A Practical Computer Method for Solving Ship-Wave Problems," *Proc. 2nd Int. Conf. Numer. Ship Hydrodyn.*, pp. 30–38, 1977.
- [4] J. L. Hess and A. M. O. Smith, "Calculation of potential flow about arbitrary bodies," *Prog. Aerosp. Sci.*, vol. 8, pp. 1–138, 1967.
- [5] J. P. Giesing and A. M. O. Smith, "Potential flow about two-dimensional hydrofoils," *J. Fluid Mech.*, vol. 28, no. 01, pp. 113–129, 1967.
- [6] S. Bal, "A potential based panel method for 2-D hydrofoils," *Ocean Eng.*, vol. 26, no. 4, pp. 343–361, 1998.
- [7] Ş. Bal, "A Panel Method for the Potential Flow Around 2-D Hydrofoils," *Turk. J. Eng. Environ. Sci.*, vol. 23, no. 5, pp. 349–362, Dec. 1999.
- [8] S. Tarafder, "Third order contribution to the wave-making resistance of a ship at finite depth of water," *Ocean Eng.*, vol. 34, no. 1, pp. 32–44, 2007.
- [9] S. G. Rigby, D. Nicolaou, J. L. Sproston, and A. Millward, "Numerical Modeling of the Water Flow Around Ship Hulls," *J. Ship Res.*, vol. 45, no. 2, pp. 85–94, Jun. 2001.
- [10] F. Kara, C. Q. Tang, and D. Vassalos, "Time domain three-dimensional fully nonlinear computations of steady body–wave interaction problem," *Ocean Eng.*, vol. 34, no. 5–6, pp. 776–789, 2007.
- [11] J. V. Wehausen and E. V. Laitone, "Surface Waves," in *Fluid Dynamics / Strömungsmechanik*, C. Truesdell, Ed. Springer Berlin Heidelberg, 1960, pp. 446–778.
- [12] S. Bal and S. A. Kinnas, "A BEM for the prediction of free surface effects on cavitating hydrofoils," *Comput. Mech.*, vol. 28, no. 3–4, pp. 260–274, Apr. 2002.
- [13] S. Bal, S. A. Kinnas, and H. Lee, "Numerical Analysis of 2-D and 3-D Cavitating Hydrofoils Under a Free Surface," *J. Ship Res.*, vol. 45, no. 1, pp. 34–49, Mar. 2001.
- [14] S. Bal, "Prediction of wave pattern and wave resistance of surface piercing bodies by a boundary element method," *Int. J. Numer. Methods Fluids*, vol. 56, no. 3, pp. 305–329, Jan. 2008.
- [15] J. Katz and A. Plotkin, *Low-Speed Aerodynamics*, 2 edition. Cambridge, UK; New York: Cambridge University Press, 2001.
- [16] A. Doğrul, "Gemi direnci ve serbest su yüzeyi deformasyonlarının deneysel ve sayısal olarak incelenmesi," Doktora Tezi, Yıldız Teknik Üniversitesi, İstanbul, 2015.