



**Araştırma Makalesi / Research Article**  
**ANALISING OF THE STABILITY OF NONLINEAR SYSTEMS BY USING  
THE FLOQUET THEORY**

**İlyas ÇANKAYA<sup>\*1</sup>, Abdullah YILDIZ<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>*Sakarya Üniversitesi, Teknik eğitim Fakültesi, Elektronik-Bilgisayar Eğitimi Bölümü, SAKARYA*

<sup>2</sup>*Sakarya Üniversitesi, Fen-Edebiyat Fakültesi, Matematik Bölümü, SAKARYA*

**Geliş/Received: 22.03.2005 Kabul/Accepted: 04.04.2006**

---

**ABSTRACT**

In this study, the Floquet theory, which is used for analysing the stability of nonlinear systems, is illustrated using a ship roll model with angle dependent cubic damping, and cubic and quintic stiffness terms. A method for obtaining the periodic solutions is illustrated by using a short time simulation is provided by the correct simulation with the reduced transition states.

**Keywords:** Stability, Floquet theory, nonlinear system, jump phenomenon.

**FLOQUET TEORİ İLE DOĞRUSAL OLMAYAN SİSTEMLERİN KARARLILIK ANALİZİ**

**ÖZET**

Bu çalışmada, doğrusal olmayan sistemlerin kararlılık analizinde kullanılan Floquet teori, açısız olarak kübik söndürücü ve kübik ve beşinci mertelik terimlerine bağımlı örnek bir geminin sallanma modeli üzerinde sunuldu. Periyodik çözümlerin elde edilmesinde doğru simülasyonun yanında azalan geçici hal durumları sayesinde simülasyon süresinin kısaldığı bir metot kullanıldı.

**Anahtar Sözcükler:** Kararlılık, Floquet teori, doğrusal olmayan sistem, atlama olayı.

---

**1. GİRİŞ**

Düzenli deniz dalgalarında yer alan bir geminin sallanma cevabı birinci dereceden serbestliğe sahip bir diferansiyel denklem sayesinde modellenenmektedir. Tipik olarak örnek modeller statik kararlılık diyagramının şeklini karakterize eden doğrusal olmayan katılık terimlerini ve yalpa omurgalarının arkasında oluşan girdaplar veya sürtünme direncinden dolayı oluşan etkileri temsil eden doğrusal olmayan sönüm terimlerini içermektedir. Bundan dolayı, çok sayıda araştırmacı tarafından bu probleme çeşitli doğrusal olmayan modeller ve analiz teknikleri uygulanmaktadır [1-7]. Bu tekniklerden biride doğrusal olmayan bir sistemin periyodik çözümünün doğrusal kararlılığını tanımlamada kullanılan Floquet teoridir [3,4,6,7]. Bu teori, sistemin matematiksel modeline uygulanır ve matematiksel model üzerinde yapılan incelemelerden ilgili sistemin kararlılık – kararsızlık durumu anlaşılır.

Nayfeh ve Khdeir örnek olarak doğrusal artı kübik söndürücü ve doğrusal, kübik ve beşinci mertelik terimlerini içeren birinci dereceden serbestliğe sahip bir geminin sallanma

---

\* Sorumlu Yazar/Corresponding Autor: e-mail/e-ileti: icanakaya@sakarya.edu.tr, tel: (0264) 346 02 60

modeline çok zaman ölçekli metodu uygulamış ve periyodik çözümlerin kararlılığını Floquet teori ile incelemiştir [3]. Nayfeh ve Khdeir gerçekleştirdikleri bir başka çalışmada *dc* giriş (bias) bileşenin doğrusal olmayan geminin sallanma hareketindeki periyodik davranışına etkisini incelemiş ve yine Floquet teori ile kararlılık analizini yapmıştır [4]. Peyton Jones doğrusal olmayan sistemler için polinom formundaki harmonik denge denklemlerinin otomatik olarak hesaplanmasını sağlayan bir metod geliştirmiş ve örnek olarak bir geminin sallanma modeli üzerine uygulayarak elde edilen frekans cevabında atlama olayını incelemiştir [6]. Aynı zamanda elde edilen frekans boyutundaki periyodik cevapların kararlılığını Floquet teori ile ortaya koymuş ve analitik sonuçların doğruluğunu sayısal simülasyon sonuçları ile karşılaştırmıştır. Peyton Jones ve Çankaya tarafından aynı teknik beşinci dereceden sertlik teriminin yer aldığı gemi modeline uygulanmış ve harmoniklerin periyodik çözümlere etkisi daha detaylı bir şekilde ortaya konmuş ve yine kararlılık analizi Floquet teori kullanılarak gerçekleştirilmiştir [7].

Floquet teori sadece doğrusal olmayan gemi modellerinin periyodik çözümlerinin kararlılığını araştırmada değil doğrusal olmayan yapıya sahip diğer sistemlerin kararlılık analizinde de kullanılmaktadır. Örneğin, Fu, Zheng ve Hou dönerli sistemlerde kullanılan ve doğrusal olmayan dinamik bir yapıya sahip olan şaft diskin hareketine çapraz veya enine oluşacak olan çatlakların ve elastik bir yapıya sahip olan şaft diskin doğrusal olmayan dinamik kararlılığa etkilerini Floquet teori ve Runge-Kutta metodunu kullanarak incelemiştir [8]. Li ve Xu Floquet kararlılık teorisini doğrusal olmayan dinamik sistem modellerinden biri olan Van der pol denkleminde uygulayarak genelleştirilmiş atış metodu sonunda elde edilen periyodik çözümlerinin kararlılığını incelemeye kullanmıştır [9]. Lukomsky ve Gandzha'da harmonik denge yaklaşımını kullanarak Duffing osilatöre ait subharmonik cevapların elde edilmesini sunmuş ve Floquet teori ile kararlılık analizini gerçekleştirmiştir [10].

Sunulan bu makalede, doğrusal olmayan sistemlerin kararlılık analizinde kullanılan Floquet teori tanıtılmaktadır. 2. bölümde sayısal simülasyon metodlarının kullanımı sonunda maksimum sallanma cevabını ve bunun oluştuğu andaki frekans değerini gösteren frekans cevabının elde edilmesini sağlayan bir metod sunulmaktadır. 3. bölümde ise Floquet teorisinin nasıl kullanıldığı örnek olarak beşinci dereceden doğrusal olmayan terimin yer aldığı geminin sallanma modeli üzerinde sunulmaktadır. Son olarak, 4. bölümde de elde edilen sonuçların özeti verilmektedir.

## 2. SAYISAL SİMÜLASYON İLE FREKANS CEVABI

Bu çalışmada, simülasyon işlemleri örnek olarak sürekli zamanda doğrusal olmayan integrodiferansiyel denklem modelinin özel bir uygulaması olan geminin sallanma modeli üzerinde gösterilecektir. Gemiye ait denklem modeli aşağıda görüldüğü gibi ifade edilir [3],

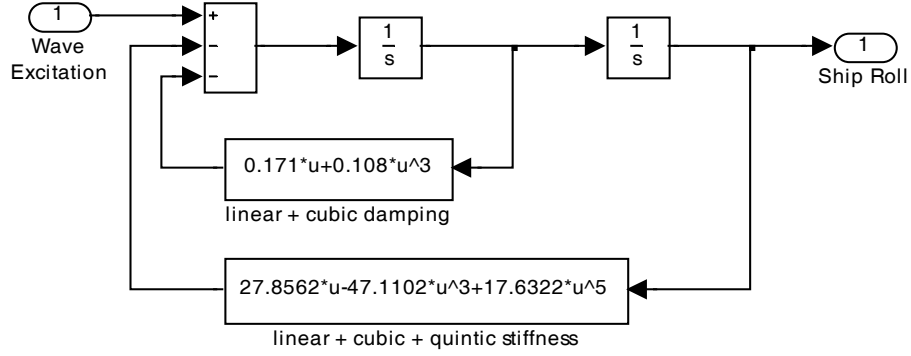
$$\ddot{y}(t) + 2\mu\dot{y}(t) + \delta_2 \dot{y}(t)^3 + \alpha_n^2 y(t) + \alpha_3 y(t)^3 + \alpha_5 y(t)^5 = A_u \cos(\omega t) \quad (1)$$

burada  $2\mu$  ve  $\delta_2$  sırasıyla doğrusal ve doğrusal olmayan söndürücüyü,  $\omega_n^2$  doğrusal sertliği,  $\alpha_3$  kübik,  $\alpha_5$ 'de beşinci dereceden sertliği göstermektedir. Modele ait parametre değerleri aşağıda görüldüğü gibidir,

$$\begin{aligned} \omega_n = 5.2779; \quad \delta_2 = 0.108; \quad \mu = 0.0855; \quad F = 0.21; \quad A_u = 0.8\omega^2 F; \\ \alpha_3 = -1.69119\omega_n^2; \quad \alpha_5 = 0.63297\omega_n^2; \end{aligned} \quad (2)$$

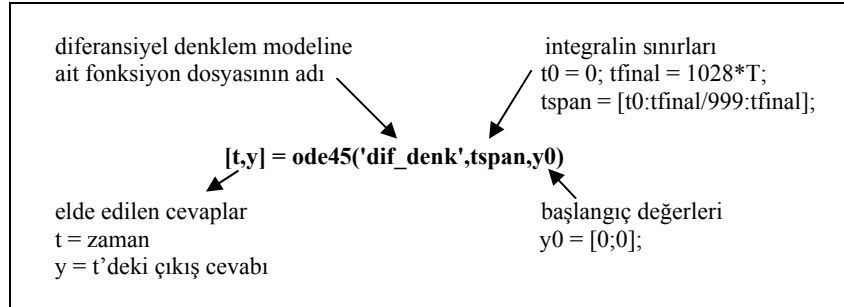
burada  $F$  (radians) giriş dalga eğimini göstermektedir.

Sisteme ait sayısal simülasyon işlemleri iki şekilde yapılabilir. Bunlardan birincisi, sisteme ait faz değişim blok diyagramının oluşturulduğu ve Matlab'da yer alan *sim* komutunun kullanıldığı bir program dahilinde sonuçlara ulaşmaktır. Yukarıdaki gemi modeline ait örnek faz değişim blok diyagramı Şekil 1'de görülmektedir.



**Şekil 1.** Geminin sallanma hareketine ait simulink modeli

Bu model Matlab'ın simulink toolbox'ında gerçekleştirilir. İkinci yol ise sisteme ait diferansiyel denklem yapısının Matlab'da yer alan *ode45* komutu sayesinde çözümünü gerçekleştirmektedir. *ode45* komutunun kullanım formu Şekil 2'de görülmektedir.



**Şekil 2.** *ode45* komutunun kullanım formu.

Yukarıdaki sunumdan da açıkça görüldüğü gibi *ode45* komutunun kullanımında *sim* komutunun ihtiyaç duyduğu sisteme ait *simulink*deki faz değişim blok diyagramına gerek duyulmamaktadır. Sadece sisteme ait matematiksel modelin tanımlandığı fonksiyon dosyasının hazırlanması gerekir. *ode45* komutunun kullanıldığı çözüm yapısında öncelikle sisteme ait durum değişkenleri belirlenir. Örnek sistem modeli ikinci dereceden bir diferansiyel denklem yapısına sahip olduğundan  $x_1 = x$  ve  $x_2 = \dot{x}$  şeklindedir. Daha sonra çözümde kullanılacak olan aşağıdaki yapıya kavuşulur,

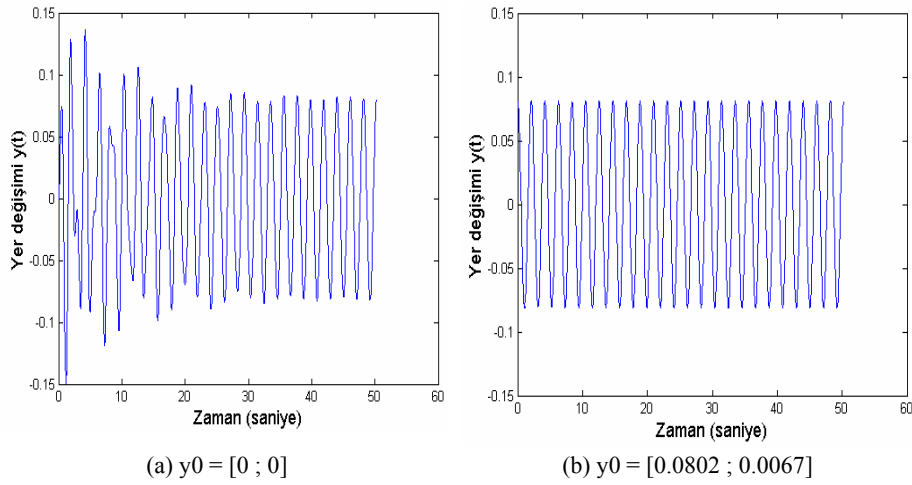
$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (3)$$

$$\dot{x}_2 = -2\mu x_2 - \delta_2 x_2^3 - \omega_n^2 x_1 - \alpha_3 x_1^3 - \alpha_5 x_1^5 + u \quad (4)$$

denklemde yer alan sabitlerin değerlerine bağlı olarak çözümde düzenli (periodic) veya düzensiz (chaotic) bir davranış yapısı elde edilir.

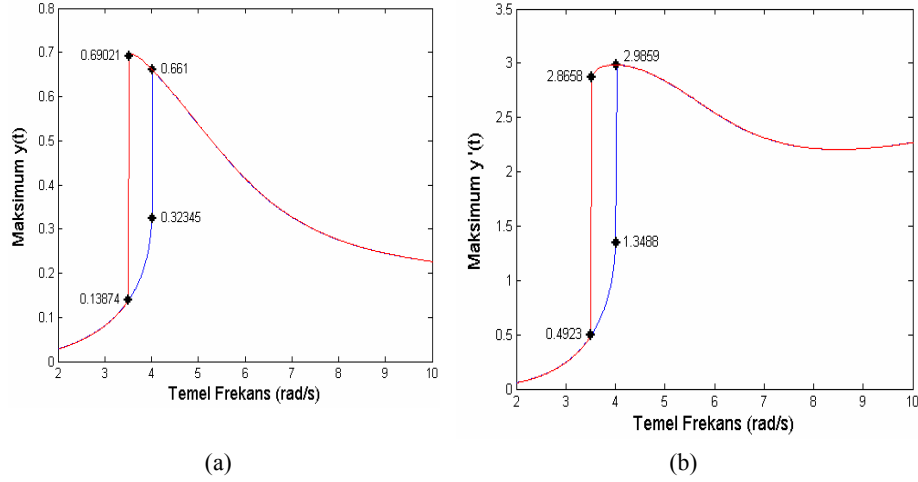
Sayısal simülasyon yoluyla elde edilecek olan sonuçların doğruluğu yapılacak olan simülasyonun doğru temellere dayanmasına bağlıdır. Bu temeller başlangıç değerleri olarak adlandırdığımız yer ve hız değişimi ile giriş sinyalinin değişimindeki değerlerdir. Yer ve hız

değişimine ait başlangıç değerleri eğer yukarıda gösterildiği gibi bir simulink modeli üzerinde çalışılıyorsa integral katlarına girilmek suretiyle gerçekleştirilir. Eğer simülasyon işlemine başlandığında birinci frekans değeri için başlangıç değerleri bilinmiyorsa bu değerler sıfır olarak kabul edilir. Daha sonra devam eden her bir simülasyonda bir öncekinin yer ve hız değişimine ait son değerleri başlangıç değerleri olarak kullanılmak suretiyle işlem yapılır. Aynı zamanda simülasyonda kullanılan sinyalin başlangıç ve bitiş değerlerinin aynı noktada gerçekleşmesi için simülasyon süresi kullanılan sinyalin periyoduna bağımlı hale getirilir. Bunların doğru olarak kullanımı özellikle doğrusal olmayan sistemlerin analizinde kendini gösterir. Bu teknik, doğru simülasyonun yanında azalan geçici hal durumları sayesinde simülasyon süresinin kısalmasına da neden olmaktadır. Bu durum Şekil 3’de verilen geminin sallanma hareketine ait  $\omega=3$  rad/sn’deki yer değişimlerinde açıkça görülmektedir. Şekil 3a’da sunulan simülasyon sonucunda kararlılık öncesindeki geçici hal durumlarının geniş bir zaman aralığını kapladığı Şekil 3b’de ise hemen hemen ortadan kalktığı göze çarpmaktadır. Geçici hal durumlarının toplam simülasyon süresindeki etkisi özellikle geniş bir frekans bandını kapsayan ve frekans aralığının çok küçük seçildiği frekans cevaplarının elde edilmesinde daha da belirgin hale gelir. Sunulan bu teknik sayesinde sayısal simülasyonun nasıl gerçekleştirileceği hakkındaki daha detaylı bilgiye 11 ve 12 numaralı referanslardan ulaşılabilir.



Şekil 3. Geminin sallanma hareketine ait  $\omega=3$  rad/s’deki yer değişimleri

Burada kullanılan örnek model doğrusal olmayan bir yapıya sahip olduğundan frekans cevabının elde edilmesinde simülasyonu yapılan frekansın değişim yönü önem taşımaktadır. Dolayısıyla frekans cevabının elde edilmesinde kullanılan zaman boyutundaki sonuçların değişimleri (sahip oldukları maksimum genlik değerleri) belirli bir bölgede farklılık gösterecektir. Örnek olarak kullanılan geminin sallanma modeline ait atlama (jump) olayının sergilendiği yer ve hız değişimlerine ait frekans cevapları Şekil 4’de görülmektedir. Bu cevaplar verilen her giriş uyarımının  $\omega$  değeri için geçici osilasyonlar ortadan kalktıktan sonra elde edilen kararlı durum cevaplarından maksimum genlik değerlerinin seçilmesiyle ortaya çıkmıştır. Görüldüğü gibi atlama olayı giriş sinyalinin artan yönündeki frekans değerinin 4.01 (rad/s) ve azalan yönündeki frekans değerinin 3.52 (rad/s) kullanıldığı durumlardan sonra gerçekleşmiştir. Burada kullanılan giriş sinyaline ait frekansın artan ve azalan yönündeki değişimleri 0.01 adımlarla gerçekleştirilmiştir.



**Şekil 4.** Geminin sallanma hareketine ait (a) yer değişimi (b) hız değişimi.

Elde edilen sonuçların doğruluğu harmonik denge denklemlerinin hesaplanması sonucunda elde edilecek olan analitik sonuçlar ile karşılaştırılarak ortaya konulabilir. Sunulan bu çalışmada harmonik denge denklemleri geliştirilmiş harmonik denge metodu kullanılarak elde edilmiştir. Bu metoda göre sisteme ait frekans cevabının elde edilebilmesi için öncelikle giriş uyarım frekansının belirli bir değerinde çıkış dalga formunun bilinmeyen genlik  $A_{y,r}$  ve faz  $\phi_{y,r}$  değerlerini veren klasik harmonik denge denklemleri çözülür. Daha sonra ilgilenilen frekans bölgesine karşılık bu işlem tekrarlandığında sistemin frekans cevabı bulunmuş olur.

1 numaralı denklem modelinde tanımlanan birinci dereceden serbestliğe sahip örnek sisteme ait giriş sinyalinin dalga formunda herhangi bir *dc* bileşen yer almadığı için doğrusal olmayan terimler sadece tekli derecelerden oluşan harmonikler üretecektir. Buna göre çıkış sinyali için aşağıda verilen dalga formu kullanılabilir,

$$y(t) = A_1 \cos(\omega t + \phi_1) + A_3 \cos(3\omega t + \phi_3') \quad (5)$$

Yukarıdaki çıkış dalga formunda yer alan üçüncü harmoniğin faz açısı  $\phi_3' = \phi_3 + 3\phi_1$ 'dir. Bu kabuller doğrultusunda temel ve üçüncü harmoniklere ait tanımlama fonksiyonları,

$$N_{y,1}(A_1, A_3, j\omega) = \frac{3\alpha_3}{4} \left[ A_1^2 + 2A_3^2 + A_1 A_3 e^{j\phi_3} \right] + \frac{3j\omega^3 d_2}{4} \left[ A_1^2 + 18A_3^2 - 3A_1 A_3 e^{j\phi_3} \right] \quad (6)$$

$$+ \frac{5\alpha_5}{8} \left[ A_1^4 + 3A_3^4 + 6A_1^2 A_3^2 + \frac{1}{2} A_1^3 A_3 e^{-j\phi_3} + A_1 A_3 e^{j\phi_3} (2A_1^2 + 3A_3^2) \right]$$

$$N_{y,3}(A_1, A_3, 3j\omega) = \frac{3\alpha_3}{4} \left[ 2A_1^2 + A_3^2 + \frac{1}{3A_3} A_1^3 e^{-j\phi_3} \right] + \frac{3j\omega^3 d_2}{4} \left[ 6A_1^2 + 27A_3^2 - \frac{1}{3A_3} A_1^3 e^{-j\phi_3} \right] \quad (7)$$

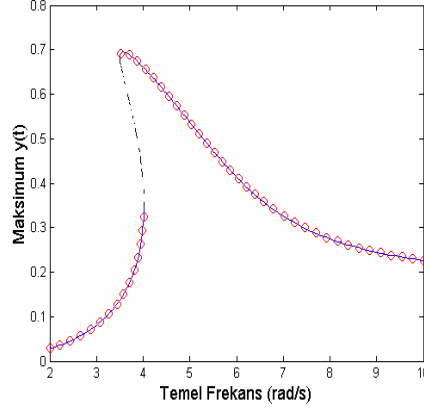
$$+ \frac{5\alpha_5}{8} \left[ 3A_1^4 + A_3^4 + 6A_1^2 A_3^2 + A_1^3 A_3 e^{j\phi_3} + A_1^3 e^{-j\phi_3} \left( \frac{A_1^2}{2A_3} + 2A_3 \right) \right]$$

şeklinde bulunur. Sisteme ait tanımlanan giriş sinyali ve yukarıda elde edilen 6 ve 7 numaralı denklemlerin kullanımı sonucunda harmonik denge denklemlerine ait aşağıdaki özel form elde edilir,

$$A_1 \left[ (j\omega)^2 + 2\mu j\omega + \omega_n^2 + N_{y,1}(A_1, A_3, j\omega) \right] = A_u e^{-j\phi} \quad (8)$$

$$A_3 e^{j\phi_3} \left[ (3j\omega)^2 + 6\mu j\omega + \omega_n^2 + N_{y,3}(A_1, A_3, 3j\omega) \right] = 0 \quad (9)$$

Elde edilen 8 ve 9 numaralı denge denklemleri için işlem yapıldığında Şekil 5'de (düz ve kesikli çizgiler) görülen frekans cevabı ortaya çıkar. Görüldüğü gibi elde edilen analitik ve sayısal simülasyon sonuçları tamamen birbirleriyle uyum içerisinde.



Şekil 5. Geminin sallanma hareketine ait analitik (düz ve kesikli çizgiler) ve simülasyon (küçük daireler) sonuçları

### 3. FLOQUET TEORİ İLE KARARLILIK ANALİZİ

Sayısal simülasyon sonucunda elde edilen doğrusal olmayan geminin sallanma hareketindeki yer değişimine ait çözüm  $Y(t)$ , bu çözümle ilgili olan küçük miktardaki uyarım değeri de  $v(t)$  ile gösterilirse,  $v(t)$ 'nin zamana göre değişimi azaldığında ortaya çıkan sonuçlar kararlı olacaktır.  $v(t)$ 'nin değişim sürecini ifade eden sözde değişken denklem, 1 numaralı denklemde  $y(t) = Y(t) + v(t)$  yazılarak ve  $v(t)$ 'de yalnızca doğrusal olan terimler bırakılarak bulunabilir,

$$\ddot{v} + [2\mu + 3d_2 \dot{Y}^2] \dot{v} + [\omega_n^2 + 3\alpha_3 Y^2 + 5\alpha_5 Y^4] v = 0 \quad (10)$$

elde edilen 10 numaralı denklem, doğrusal ve ikinci mertebeden homojen bir diferansiyel denklem olduğundan  $v_1(t)$  ve  $v_2(t)$  adında lineer bağımsız iki tane çözümü vardır. Genel çözüm, temel çözüm kümesinin doğrusal bir kombinasyonu olarak karşımıza çıkar. Özellikle 11 ve 12 numaralı denklemlerde belirlenen  $A$  matrisinin  $a_{mn}$  şeklindeki ifadeleri tekillik oluşturmayacak tarzda belirlenmelidir. 10 numaralı denklemdeki katsayılar  $T = 2\pi / \omega$  periyoduna sahip olduklarından  $v_1(t+T)$  ve  $v_2(t+T)$  aynı zamanda temel çözümün doğrusal bileşenidir ve,

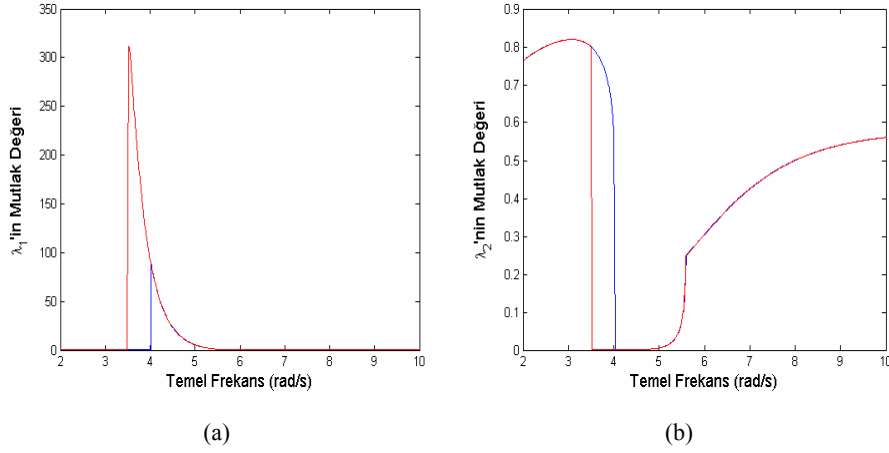
$$v_1(t+T) = a_{11} v_1(t) + a_{12} v_2(t) \quad (11)$$

$$v_2(t+T) = a_{21} v_1(t) + a_{22} v_2(t) \quad (12)$$

şeklinde yazılırlar.  $\lambda_i$ 'nin  $A$  matrisinin öz değerlerinden biri olduğu durumda,  $v_i(t+T) = \lambda_i v_i(t)$  için, aynı zamanda bir tane  $v_i(t)$  çözümü olmalıdır. Daha genel bir ifadeyle, bu

$$v_i(t+nT) = \lambda_i^n v_i(t) \quad (13)$$

eşitliğini doğrular ve uyarım değeri,  $|\lambda_i| < 1$  koşulu için zayıflamaya başlar. Bu çözümler normal veya Floquet çözümleri olarak adlandırılır.



**Şekil 6.** Özdeğerlerden (a)  $\lambda_1$ 'in, (b)  $\lambda_2$ 'nin değişimi.

$A$  matrisinin her iki öz değerinin de mutlak değeri 1'den küçük olursa, sayısal simülasyon yoluyla elde edilen çözümler kararlı olacaktır. Bu hesaplama işlemini yapabilmek için, öncelikle  $a_{mn}$  şeklinde ifade edilen matris elemanlarıyla ilgili olarak ifadelerin elde edilmesi gerekir. Bu ifadeler 10, 11 ve 12 numaralı denklemler sayesinde,

$$v_1(0)=1, v_2(0)=0 \rightarrow a_{11}=v_1(T), a_{21}=v_2(T) \quad (14)$$

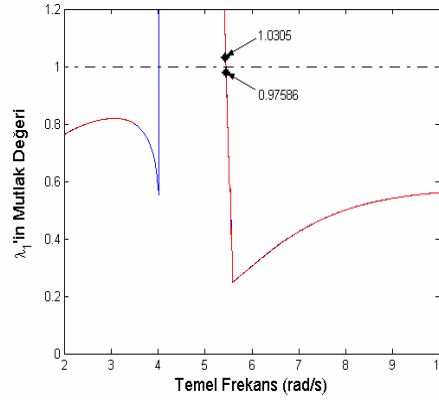
ve

$$\dot{v}_1(0)=1, \dot{v}_2(0)=0 \rightarrow a_{12}=\dot{v}_1(T), a_{22}=\dot{v}_2(T) \quad (15)$$

şeklinde 14 ve 15 numaralı denklemler incelendiğinde doğru başlangıç koşulları seçilerek tanımlanabilir.  $a_{11}$  ve  $a_{12}$  değerleri 14 ve 15 numaralı denklemlerde tanımlanmış olan  $v_i(t)$ 'ye ilişkin başlangıç koşullarına bağlı olarak  $[0 \dots T]$  aralığında sayısal integrasyon işlemine tabi tutularak elde edilebilir.  $v_2(t)$  için belirlenmiş olan başlangıç koşulları kullanılarak benzer bir işlemle  $a_{21}$  ve  $a_{22}$  elde edilir. Bundan sonra  $A$  matrisinin öz değerlerini bulmak ve son olarak da sayısal simülasyon çözümlerinin kararlılığını hesaplamak zor değildir. Bu konudaki daha detaylı bilgiye 3, 4, 7 ve 13 numaralı referanslardan ulaşılabilir.

Floquet kararlılık analizinin sayısal simülasyon yoluyla elde edilen periyodik sonuçlara uygulanmasıyla Şekil 6'da görülen  $\lambda_1$  ve  $\lambda_2$  özdeğerlerine ait mutlak değerler elde edilir. Şekil

6b'den görüldüğü gibi  $\lambda_2$ 'nin mutlak değer sonuçları birim değer altında oluşmaktadır. Buna karşılık  $\lambda_1$ 'in mutlak değer sonuçlarına bakıldığında birim değer üstünde elde edilen sonuçlar görülmektedir. Bu durum Şekil 7'de daha açık bir şekilde ortaya çıkmaktadır.



Şekil 7. Özdeğerlerden  $\lambda_2$ 'nin değişimi.

Görüldüğü gibi  $\omega \geq 5.45$  değerleri için elde edilen  $|\lambda_1|$  ve  $|\lambda_2|$  sonuçları birim değerden küçük olduğundan sayısal simülasyon yoluyla elde edilen periyodik sonuçların kararlı olduğu anlaşılır. Buna karşılık  $\omega$ 'nın 5.44 değerine bakıldığında  $|\lambda_2|$ 'nin birim değerden küçük olduğu  $|\lambda_1|$ 'in ise 1.0305'e ulaştığı dolayısıyla elde edilen periyodik sonucun kararsız olduğu anlaşılır. Periyodik sonuçların kararlılık bölgesinden kararsızlığa geçişini gösteren frekans değerleri ile birlikte  $|\lambda_1|$  ve  $|\lambda_2|$ 'nin sahip olduğu sayısal değerler Çizelge 1'de toplu olarak görülmektedir. Elde edilen periyodik sonuçların kararsızlığı Şekil 6 ve 7'den de görüldüğü gibi frekansın azalan yönündeki atlama frekansına kadar sürmektedir. Ancak kararsızlık durumunun tanımlandığı bu noktaları pratik uygulamalarda elde etmek mümkün değildir.

Çizelge 1. Floquet teoriye göre elde edilen sınır değerleri

$\omega$	$\lambda_1$	$\lambda_2$
5.4400	1.0305	0.0506
5.4500	0.9759	0.0540

#### 4. SONUÇ

Bu çalışmada, doğrusal olmayan bir sistemin periyodik çözümünün doğrusal kararlılığını tanımlamada kullanılan Floquet teori sunulmuştur. Örnek olarak kübik söndürücü ve kübik ve beşinci mertelik terimlerinin bulunduğu birinci dereceden serbestliğe sahip bir geminin sallanma modeline uygulanmıştır. Modele ait periyodik çözümlerin elde edilmesinde doğru simülasyonun yanında azalan geçici hal durumları ile sayısal simülasyon süresinin kısaldığı bir teknik kullanılmıştır. Bunun sonucunda elde edilen frekans cevabında da doğrusal sistemlerden farklı



olarak sadece doğrusal olmayan sistem modellerinde görülebilen atlama olayı grafiksel olarak sergilenmiştir.

#### **KAYNAKLAR**

- [1] Wright, J.H.G., Marshfield, W.B., “Ship Roll Response and Capsize Behaviour in Beam Seas”, Trans. Royal Inst of Naval Architects, 122, 129-148, 1980.
- [2] Cardo, A., Francescutto, A., Nabergoj, R., “Ultraharmonics and Subharmonics in the Rolling Motion of a Ship: Steady State Solution”, International Shipbuilding Progress, 28, 326, 234-251, 1981.
- [3] Nayfeh, A.H., Khdeir, A.A., “Nonlinear Rolling of Ships in Regular Beam Seas”, International Shipbuilding Progress, 33, 379, 40-49, 1986a.
- [4] Nayfeh, A.H., Khdeir, A.A., “Nonlinear Rolling of Biased Ships in Regular Beam Waves”, International Shipbuilding Progress, 33, 381, 84-93, 1986b.
- [5] Peyton Jones, J.C., Çankaya, İ., “Generalized Harmonic Analysis of Nonlinear Ship Roll Dynamics”, Journal of Ship Research, 40, 4, 39-48, 1996.
- [6] Peyton Jones, J.C., Çankaya, İ., “Polyharmonic Balance Analysis of Nonlinear Ship Roll Response”, Nonlinear Dynamics, 35, 123-146, 2004.
- [7] Peyton Jones, J.C., “Automatic Computation of Polyharmonic Balance Equations for Non-linear Differential Systems”, International Journal of Control, 76, 4, 355-365, 2003.
- [8] Fu, Y.M., Zheng, Y.F. and Hou, Z.K., “Analysis of Non-linear Dynamic Stability for Rotating Shaft-disk with a Transverse Crack”, Journal of Sound and Vibration, 257, 4, 713-731, 2002.
- [9] Li, D., Xu, J., “A Method to Determine the Periodic Solution of the Non-linear Dynamics System”, Journal of Sound and Vibration, 275, 1-16, 2004.
- [10] Lukomsky, V.P., Gandzha, I.S., “Cascades of Subharmonics Stationary States in Strongly Non-linear Driven Planar Systems”, Journal of Sound and Vibration, 275, 351-373, 2004.
- [11] Peyton Jones, J.C., Zhuang, M., “Simulation Tool for Nonlinear Frequency Response Investigations”, Proc ESM’94, Barcelona, Spain, 1994, 136-140.
- [12] Çankaya, İ., “Doğru Simülasyon İçin Başlangıç Değerlerinin Seçimi”, Süleyman Demirel Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi, 7, 3, 87-91, 2003.
- [13] Nayfeh, A.H., Mook, D.T., Nonlinear Oscillations, Wiley Interscience, New York, 1979.